14. HOMEOMORPHISMES de CYCLES

Tous les cycles sont homéomorphes

■

Si (x, y) appartient à l'homéo de cycles

$$h : X \longrightarrow Y$$

Alors $h \setminus \{(x, y)\}$ est une bijection monotone (= homéo) d'arcs ouverts

$$X \setminus \{x\} \longrightarrow Y \setminus \{y\}$$

■

Si f est une bijection monotone de cycles épointés

$$X \setminus \{x\} \longrightarrow Y \setminus \{y\}$$

Alors (X et Y sont compactifiés d'Alexandroff de $X \setminus \{x\}$ et $Y \setminus \{y\}$ et)

$$f \cup \{(x, y)\}$$

est un homéo $X \longrightarrow Y$.

■

Cycles X, Y —— $x \in X$ —— $y \in Y$

Ensemble des homéos de cycles $X \to Y$

$$\| $$

$\{ \{(x,y)\} \cup f \mid f$ bijection monotone $X \setminus \{x\} \to Y \setminus \{y\} \}$

■

Si (x,y) appartient à l'homéo de cycles ordonnés

$$h : X_x \to Y_y$$

Alors $h \setminus \{(x,y)\}$ est une bijection croissante

$$X_x \setminus \{x\} \to Y_y \setminus \{y\}$$

■

Tout homéo de cycles ordonnés $X_x \to Y_y$ est un homéo de cycles.

■

L'homéo de cycles $h : X \to Y$ applique le cycle ordonné X_x sur l'un des deux cycles ordonnés $Y_{f(x)}$

Si h est un homéo de cycles $X \to Y$

Alors le cycle Y est un modèle parfait du cycle X par cet homéo

: Tout homéo de cycles $h : X \to Y$ transporte les deux sens de X sur les deux sens de Y.

Isomorphisme de Cycles Orientés $X \to Y$

$$=$$

Homéo de cycles $X \to Y$ qui transporte le sens de X sur celui de Y

Voici des cycles orientés X, Y et un HOMEO de cycles

$h : X \to Y$

Voici des points distincts de X tels que $a < b < c$

En clair : l'arc fermé $[a\ b\ c]$ de X d'extrémités a, c et comprenant b est ordonné par le sens de X de manière telle que $a < b < c$

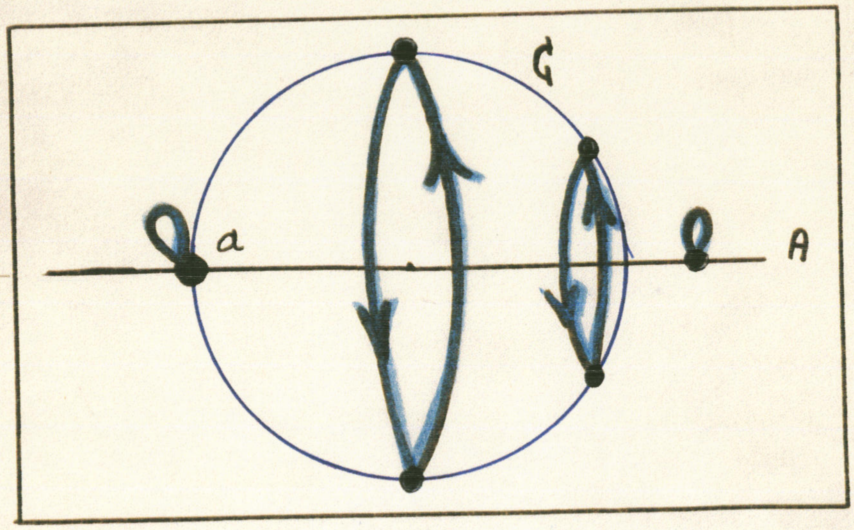
L'homéo h est un isomorphisme de cycles orientés

ssi

$h(a) < h(b) < h(c)$

Cycles orientés X, Y — Homéo $h : X \to Y$ — $a, b, c \in X$
$a < b < c$
h est un iso de cycles orientés $X \to Y$ ssi $h(a) < h(b) < h(c)$ ssi $\forall u, v, w \in X : u < v < w \Rightarrow h(u) < h(v) < h(w)$

Dans le plan euclidien



la symétrie S_A est un homéo $C \to C$

et applique chacun des cercles ordonnés de minimum a sur l'autre cercle ordonné de minimum a.

transporte chacun des sens de C sur l'autre sens de C

L'application identique 1_C est un homéo $C \to C$ qui transporte chacun des sens de C sur lui-même.

AUTOMORPHISME d'un cycle $\mathcal{C}$ = homéo $\mathcal{C} \to \mathcal{C}$

AUTO CROISSANT du cycle $\mathcal{C}$

$\|$

Auto de $\mathcal{C}$ qui transporte chacun des sens de $\mathcal{C}$ sur lui-même

AUTO DECROISSANT du cycle $\mathcal{C}$

$\|$

Auto de $\mathcal{C}$ qui transporte chacun des sens de $\mathcal{C}$ sur l'autre sens de $\mathcal{C}$.

Tout auto d'un cycle est croissant ou décroissant.
Aucun auto d'un cycle n'est croissant et décroissant
Tout cycle admet des auto croissants et des autos décroissants.
L'ensemble des autos d'un cycle est un groupe pour la composition
L'ensemble des autos croissant en est un sous-groupe normal d'indice 2.
Tous les cycles orientés sont isomorphes.

■